

M.M.Electronics - <http://www.mmetft.it>



Michele Marino - mmelectronics@mmetft.it

Introduzione alla retroazione

V 0.1

Settembre 2007

INFORMATIVA

Come prescritto dall'art. 1, comma 1, della legge 21 maggio 2004 n.128, l'autore avvisa di aver assolto, per la seguente opera dell'ingegno, a tutti gli obblighi della legge 22 Aprile del 1941 n. 633, sulla tutela del diritto d'autore. Tutti i diritti di questa opera sono riservati. Ogni riproduzione ed ogni altra forma di diffusione al pubblico dell'opera, o parte di essa, senza un'autorizzazione scritta dell'autore, rappresenta una violazione della legge che tutela il diritto d'autore, in particolare non ne è consentito un utilizzo per trarne profitto. La mancata osservanza della legge 22 Aprile del 1941 n. 633 è perseguibile con la reclusione o sanzione pecuniaria, come descritto al Titolo III, Capo III, Sezione II. A norma dell'art. 70 è comunque consentito, per scopi di critica o discussione, il riassunto e la citazione, accompagnati dalla menzione del titolo dell'opera e dal nome dell'autore.

AVVERTENZE

Chiunque decida di far uso delle nozioni riportate nella seguente opera o decida di realizzare i circuiti proposti, è tenuto pertanto a prestare la massima attenzione in osservanza alle normative in vigore sulla sicurezza.

L'autore declina ogni responsabilità per eventuali danni causati a persone, animali o cose derivante dall'utilizzo diretto o indiretto del materiale, dei dispositivi o del software presentati nella seguente opera.

Si fa inoltre presente che quanto riportato viene fornito così com'è, a solo scopo didattico e formativo, senza garanzia alcuna della sua correttezza.

L'autore ringrazia anticipatamente per la segnalazione di ogni errore.

Indice

1	Introduzione alla retroazione	4
2	La funzione di trasferimento d'errore	4
3	Analisi del guadagno	5
4	Riduzione delle distorsioni	5
5	Altri vantaggi della retroazione	6
6	Configurazioni della retroazione	6
6.1	Retroazione parallelo-serie	7
6.2	Un esempio pratico	8
7	Banda passante e stabilità	9
	Bibliografia	10

Elenco delle figure

1	Schema base della retroazione	4
2	Trascurata caratteristica non-lineare a due tratti	5
3	Trascurata caratteristica non-lineare con retroazione	6
4	Configurazione ad emettitore comune	6
5	Doppio bipolo per il calcolo dei parametri g	7
6	Schema base della retroazione parallelo-serie	7
7	Schema della controreazione parallelo-serie con effetti di carico	8
8	Doppio stadio con reazione di corrente	8
9	Calcolo dei parametri g per la rete di reazione	8
10	Doppio stadio con controreazione di corrente ed effetti di carico	8
11	Posizione del polo in frequenza	9

Elenco delle tabelle

1 Introduzione alla retroazione

La retroazione negativa è una tecnica di largo uso che presenta numerosi vantaggi, ma, allo stesso tempo, anche degli svantaggi. Lo schema ideale di un circuito a retroazione negativa è riportato nella figura 1 dove i segnali di ingresso e di uscita possono essere tensioni o correnti.

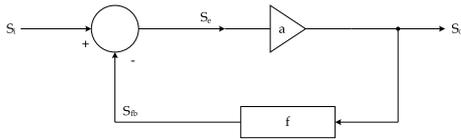


Figura 1: Schema base della retroazione

Il blocco f di reazione in genere è formato da una rete lineare passiva e consente di riportare il segnale di uscita sul nodo sommatore di ingresso.

In ingresso viene quindi eseguita la differenza tra S_i ed S_{fb} generando così il segnale d'errore S_e che viene riportato in uscita attraverso l'amplificatore base con funzione di trasferimento a .

In uscita si ha quindi $S_o = aS_e$, mentre in ingresso, supponendo che la rete di reazione non carichi l'amplificatore base, si ha:

$$\begin{aligned} S_{fb} &= fS_o \\ S_e &= S_i - S_{fb} = S_i - fS_o \end{aligned} \quad (1)$$

Poiché $S_o = aS_e$, si ottiene:

$$S_o = aS_i - afS_o \quad (2)$$

e quindi la funzione di trasferimento ingresso/uscita è data da:

$$\frac{S_o}{S_i} = \frac{a}{1 + af} = A \quad (3)$$

dove $af = T$ rappresenta il guadagno d'anello ed A rappresenta il guadagno ad anello chiuso.

Nell'ipotesi in cui $T \gg 1$ si ha che:

$$A \approx \frac{1}{f} \quad (4)$$

e quindi il guadagno ad anello chiuso dipende soltanto dalla funzione di trasferimento del blocco di reazione f . Dato che in genere la retroazione viene realizzata mediante l'uso di componenti passivi, il guadagno ad anello chiuso risulta essere ben definito e costante.

2 La funzione di trasferimento d'errore

La retroazione opera in modo tale da rendere il segnale S_{fb} prossimo al segnale S_i e questo viene realizzato amplificando il segnale d'errore S_e . Dalle relazione 1 e 3 si ottiene l'espressione per il segnale d'errore:

$$S_e = S_i \left[1 - \left(\frac{af}{1 + af} \right) \right] \quad (5)$$

La funzione di trasferimento d'errore è quindi data da:

$$\frac{S_e}{S_i} = \frac{1}{1 + T} \quad (6)$$

Nell'ipotesi in cui $T \gg 1$ la funzione di trasferimento d'errore tende a zero. Quest'ultimo risultato può essere acquisito anche facendo riferimento alla seguente funzione di trasferimento:

$$\frac{S_{fb}}{S_i} = \frac{T}{1 + T} \quad (7)$$

Anche in questo caso, se $T \gg 1$, i segnali S_{fb} ed S_i tendono ad eguagliarsi e quindi il segnale di errore si annulla.

3 Analisi del guadagno

Lo scopo della retroazione è quello di ottenere un segnale S_o che è una replica amplificata del segnale di ingresso S_i . Normalmente il guadagno dell'amplificatore base a non è ben definito, ma dipende dalle fluttuazioni in temperatura e in particolare dalle condizioni operative dei dispositivi attivi.

Consideriamo la derivata del guadagno ad anello chiuso (3) rispetto al guadagno dell'amplificatore base:

$$\frac{dA}{da} = \frac{1}{(1+af)^2} \rightarrow \delta A = \frac{\delta a}{(1+af)^2} \quad (8)$$

Dividendo per il guadagno ad anello chiuso a destra e a sinistra, si ottiene:

$$\frac{\delta A}{A} = \frac{\frac{\delta a}{a}}{1+T} \quad (9)$$

che rappresenta la variazione del guadagno ad anello chiuso. La retroazione permette quindi di ridurre la sensibilità alle variazioni parametriche di un fattore $1+T$ rispetto alle variazioni del guadagno dell'amplificatore base a .

4 Riduzione delle distorsioni

L'effetto della costanza del guadagno ad anello chiuso si ripercuote anche in una riduzione delle distorsioni armoniche e in una transcaratteristica più lineare del sistema. Questo miglioramento è visibile in quanto, essendo A pressoché costante, lo è anche la pendenza della funzione di trasferimento, ciò che porta ad una riduzione delle distorsioni armoniche.

Consideriamo, a titolo di esempio, una transcaratteristica non-lineare con due tratti a guadagno costante rispettivamente di valore a_1 e a_2 , ma con pendenza diversa (figura 2).

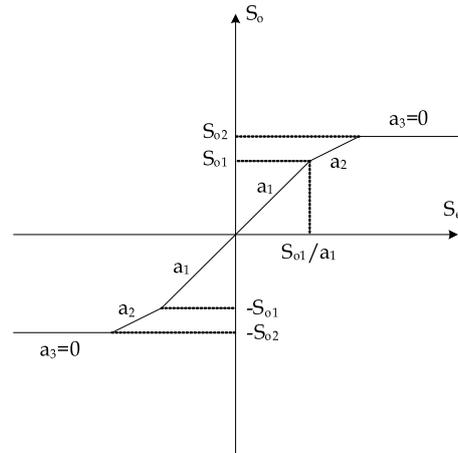


Figura 2: Transcaratteristica non-lineare a due tratti

Applicando la retroazione, la pendenza delle transcaratteristiche dei guadagni ad anello chiuso A_1 e A_2 saranno sufficientemente uguali. Infatti:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{a_1}{1+a_1f} = \frac{a_1}{1+T_1} \\ A_2 &= \frac{a_2}{1+a_2f} = \frac{a_2}{1+T_2} \end{aligned} \quad (10)$$

Nell'ipotesi in cui i due guadagni d'anello T_1 e T_2 siano molto maggiori dell'unità, i guadagni ad anello chiuso diventano:

$$\begin{aligned} A_1 &\approx \frac{1}{f} \\ A_2 &\approx \frac{1}{f} \end{aligned} \quad (11)$$

Questa condizione porta ad una riduzione delle non-linearità come mostrato nella figura 3.

E' evidente che la maggiore linearità ottenuta è accompagnata inevitabilmente da una riduzione del guadagno di un fattore pari a $1+T$.

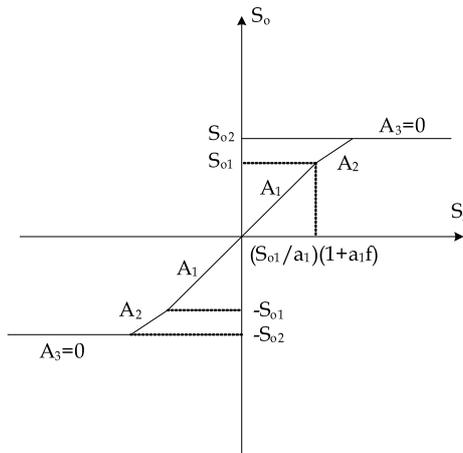


Figura 3: Transcaratteristica non-lineare con retroazione

5 Altri vantaggi della retroazione

Un'ulteriore vantaggio della retroazione negativa consiste nella autopolarizzazione dei circuiti. Basti pensare ad un OPA (Operational Amplifier) in configurazione invertente dove l'anello di reazione permette sia la polarizzazione che la retroazione dall'uscita senza l'uso di componenti aggiuntivi.

Un altro vantaggio della retroazione consiste nella possibilità di miglioramento dell'impedenza di ingresso e/o uscita di un circuito attivo. Basti pensare ad un transistor in configurazione ad emettitore comune con degenerazione d'emettitore (figura 4).

Per il circuito di figura 4, la resistenza R_E introduce una retroazione serie-serie in quanto la tensione ai suoi capi, che è proporzionale alla corrente di collettore di Q_1 , viene a sottrarsi alla tensione V_{BE} .

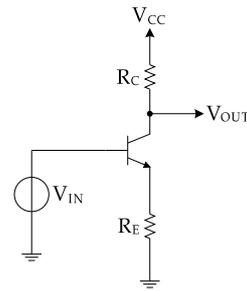


Figura 4: Configurazione ad emettitore comune

6 Configurazioni della retroazione

I circuiti che si incontrano nella pratica ricevono segnali in corrente o in tensione in ingresso e producono correnti o tensioni in uscita. Il fatto di avere tensioni o correnti dipende dalla configurazione della rete di reazione. Esistono quattro configurazioni base della retroazione. Queste vengono specificate in accordo al tipo di segnale di uscita S_o e al segnale di reazione S_{fb} (tensione o corrente). Le configurazioni vengono distinte in base al collegamento del blocco di reazione sia in ingresso che in uscita. Questo infatti, può essere collegato in serie e/o in parallelo sia in ingresso che in uscita. Chiaramente il collegamento in serie in ingresso comporta una caduta di tensione sull'ingresso del blocco di reazione. Viceversa, un collegamento in parallelo comporta la circolazione di una corrente. Il collegamento in uscita ha un comportamento duale rispetto al collegamento in ingresso. Le possibili configurazioni sono quindi:

- serie-serie → tensione/corrente (guadagno di transammettenza)
- serie-parallelo → tensione/tensione

(guadagno in tensione)

- parallelo-serie → corrente/corrente (guadagno in corrente)
- parallelo-parallelo → corrente/tensione (guadagno di transimpedenza)

Nel seguito verrà analizzata la configurazione parallelo-serie considerando anche gli effetti di carico sull'amplificazione diretta dovuti alla presenza del blocco di reazione.

6.1 Retroazione parallelo-serie

Nella figura 6 viene mostrato lo schema base della retroazione parallelo-serie dove, per comodità, si sono utilizzati i parametri g così definiti (figura 5):

$$\begin{aligned} i_1 &= g_{11}v_1 + g_{12}i_2 \\ v_2 &= g_{21}v_1 + g_{22}i_2 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} g_{11} &= \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{i_2=0} \\ g_{12} &= \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_1=0} \\ g_{21} &= \left. \frac{v_2}{v_1} \right|_{i_2=0} \\ g_{22} &= \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{v_1=0} \end{aligned} \quad (13)$$

Sommando le correnti in ingresso al circuito di figura 6 si ha:

$$i_s = (y_s + g_{11a} + g_{11f})v_i + (g_{12a} + g_{12f})i_o \quad (14)$$

mentre al nodo di uscita di ottiene:

$$(g_{21a} + g_{21f})v_i + (z_L + g_{22a} + g_{22f})i_o = 0 \quad (15)$$

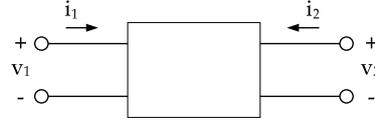


Figura 5: Doppio bipolo per il calcolo dei parametri g

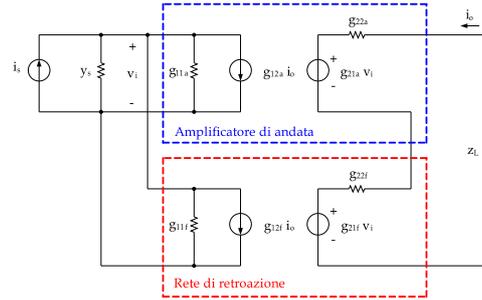


Figura 6: Schema base della retroazione parallelo-serie

Definiamo ora l'impedenza di ingresso e di uscita nel seguente modo:

$$\begin{aligned} y_i &= y_s + g_{11a} + g_{11f} \\ y_o &= z_L + g_{22a} + g_{22f} \end{aligned} \quad (16)$$

Facciamo inoltre le seguenti ipotesi:

$$\begin{aligned} |g_{12a}| &\ll |g_{12f}| \\ |g_{21a}| &\gg |g_{21f}| \end{aligned} \quad (17)$$

Ciò equivale a dire che trascuriamo il trasferimento dall'uscita all'ingresso attraverso l'amplificatore di andata così come trascuriamo il trasferimento dall'ingresso all'uscita attraverso la rete di reazione. Dalle precedenti relazioni e dalle relative ipotesi si ha:

$$\frac{i_o}{i_s} = \frac{\frac{-g_{12a}}{y_i z_o}}{1 + \left(\frac{-g_{12a}}{y_i z_o}\right) g_{12f}} = \frac{a}{1 + af} \quad (18)$$

dove:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{g_{12a}}{y_i z_o} \\ f &= g_{12f} \end{aligned} \quad (19)$$

Quindi si ottiene il nuovo circuito retroazionato con la rete di reazione ideale e gli effetti di carico riportati nell'amplificatore di andata, come mostrato nella figura 7.

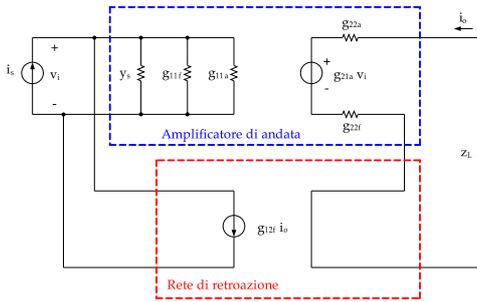


Figura 7: Schema della controreazione parallelo-serie con effetti di carico

6.2 Un esempio pratico

Consideriamo il doppio stadio con reazione di corrente mostrato nella figura 8. Rappresentiamo la rete di reazione me-

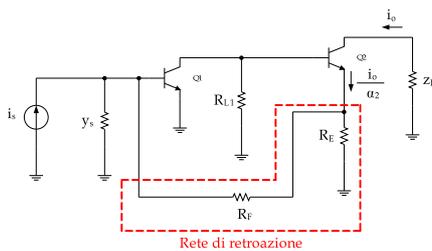


Figura 8: Doppio stadio con reazione di corrente

dante un doppio dipolo attraverso i parametri g , come mostrato nella figura 9.

Si ottengono, trascurando g_{21f} , i seguenti

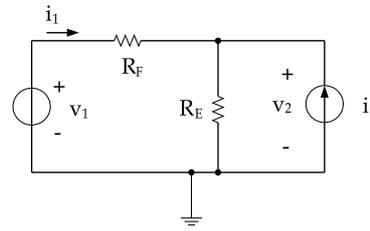


Figura 9: Calcolo dei parametri g per la rete di reazione

valori dei parametri:

$$\begin{aligned} g_{11f} &= \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{i_2=0} = \frac{1}{R_F + R_E} \\ g_{12f} &= \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{v_1=0} = \frac{R_E}{R_F + R_E} \\ g_{22f} &= \left. \frac{v_2}{i_2} \right|_{v_1=0} = R_E // R_F \end{aligned} \quad (20)$$

In queste condizioni il circuito di figura 8 si può rappresentare come in figura 10.

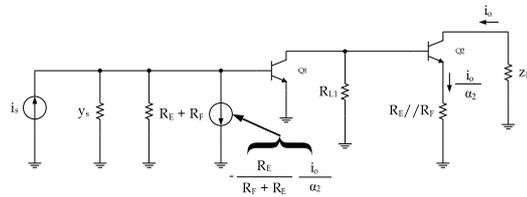


Figura 10: Doppio stadio con controreazione di corrente ed effetti di carico

Il circuito rappresenta un esempio pratico di reazione serie-parallelo in quanto la tensione ai capi del partitore costituito da R_E ed R_F viene riportata sulla base di Q_1 . Ci si riporta quindi al caso della figura 7 con gli effetti di carico della rete

di reazione riportati sull'amplificatore in catena diretta.

7 Banda passante e stabilità

L'utilizzo della retroazione consente di ottenere benefici anche in termini di banda passante. Il miglioramento dei parametri circuitali a scapito di una riduzione del guadagno ad anello chiuso potrebbe far pensare di aumentare quest'ultimo al fine di ottenere un prodotto banda-guadagno maggiore. Questo però, può portare il sistema in instabilità con conseguente generazione di oscillazioni nel sistema.

Per ovviare a ciò, si possono usare delle compensazioni ovvero, dei poli nella funzione di trasferimento, ma questo comporta inevitabilmente ad una riduzione della banda passante e quindi del prodotto banda-guadagno.

Consideriamo a tal proposito un'amplificazione diretta a singolo polo:

$$a(s) = \frac{a_0}{1 - \frac{s}{p_1}} \quad (21)$$

Il guadagno ad anello chiuso sarà:

$$A(s) = \frac{a(s)}{1 + a(s)f} \quad (22)$$

Sviluppando diventa:

$$A(s) = \left(\frac{a_0}{1 + a_0 f} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{s}{p_1} \left(\frac{1}{1 + a_0 f} \right)} \right) \quad (23)$$

dove il primo termine rappresenta il guadagno in bassa frequenza. Si nota quindi una riduzione del guadagno in bassa frequenza di un fattore $1 + T_0$ con un incremento del taglio a $-3dB$ della stessa quantità. Tale comportamento si può

notare anche facendo riferimento al diagramma del luogo delle radici al variare del guadagno d'anello T_0 (figura 11).

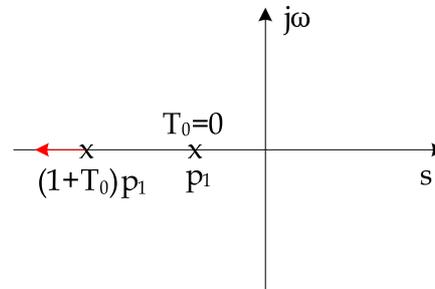


Figura 11: Posizione del polo in frequenza

Riferimenti bibliografici

- [1] Michele Marino, '*Appunti di elettronica analogica 2003*', <http://www.mmetft.it> (sezione elettronica).
- [2] Gray Hurst, Lewis Mayer, '*Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*', fourth edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 2001.